

## Fundamentos y problemas resueltos de Teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales



**Editorial:** Paraninfo

**Autor:** GUSTAVO ADOLFO MUÑOZ FERNÁNDEZ, JUAN BENIGNO SEOANE SEPÚLVEDA

**Clasificación:** Universidad > Matemáticas

**Tamaño:** 17 x 24 cm.

**Páginas:** 388

**ISBN 13:** 9788428340571

**ISBN 10:** 8428340579

**Precio sin IVA:** 30,77 Eur

**Precio con IVA:** 32,00 Eur

**Fecha publicación:** 22/09/2017

### Sinopsis

Las (mal llamadas) clases de problemas constituyen una herramienta fundamental en cualquier disciplina científica. Tradicionalmente, estas clases cumplen el objetivo de complementar aspectos más o menos difíciles de la disciplina en cuestión. Sin embargo, deberían entenderse más como un entrenamiento que capacite al estudiante para resolver cualquier problema (en sentido amplio) que se le pueda plantear en su vida profesional. Con este espíritu se concibe esta colección de "Problemas resueltos" que Ediciones Paraninfo pone a disposición de profesores y estudiantes de una gran variedad de disciplinas académicas.

El presente libro no es una meragüía para aprender a resolver ecuaciones diferenciales de manera mecánica. Se proporcionan los fundamentos básicos de análisis matemático y topología para poder comprender los conceptos y demostraciones de los teoremas más vinculados a esta rama de las matemáticas y, además, se incluye un estudio detallado sobre los tipos clásicos y elementales de ecuaciones diferenciales ordinarias y sus correspondientes métodos de integración. No obstante, la obra va más allá y proporciona **técnicas detalladas sobre cómo abordar problemas cuando las ecuaciones objeto de estudio no pueden resolverse, esto es, ofrece un estudio cualitativo de la teoría.**

Con este fin, resultados como los teoremas de Cauchy-Lipschitz, Peano, Kneser, Kamke, Hartman-

Grobman, Poincaré-Bendixson, Lyapunov (entre muchos otros) son presentados con las correspondientes rigurosas demostraciones, ejemplos ilustrativos y más de un centenar de problemas resueltos en detalle para, así, hacer la materia más accesible al estudiante.

Este libro será de utilidad tanto para estudios de grado en matemáticas puras, como de física o ingeniería, dados su alto contenido práctico y aplicado, a la vez que teórico y riguroso.

**Gustavo A. Muñoz Fernández** es licenciado y doctor en matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid y licenciado en físicas por la UNED. En la actualidad es profesor titular de universidad en el Departamento de Análisis Matemático de la Universidad Complutense de Madrid.

**Juan B. Seoane Sepúlveda** es licenciado y doctor en matemáticas por la Universidad de Cádiz. También es doctor en matemáticas por la Universidad de Karlsruhe (Alemania) y por Kent State University (EEUU). Actualmente es profesor titular de universidad en el Departamento de Análisis Matemático de la Universidad Complutense de Madrid.

Ambos son miembros del Instituto de Matemática Interdisciplinar (IMI).

## Índice

### 1. Algunos preliminares de topología y análisis

#### 1.1. Espacios métricos

##### 1.1.1. Topología en espacios métricos

##### 1.1.2. Convergencia en espacios métricos

##### 1.1.3. Convergencia y compacidad

##### 1.1.4. Continuidad en espacios métricos

##### 1.1.5. Conexión en espacios métricos

##### 1.1.6. El teorema del punto fijo de Banach

##### 1.1.7. El teorema de Stone

#### 1.2. Espacios normados

##### 1.2.1. El espacio $C([a, b]; \mathbb{R}^n)$

##### 1.2.2. Normas equivalentes

#### 1.3. El teorema de la función implícita

#### 1.4. El teorema de Ascoli–Arzelà

### 2. Integración elemental de ecuaciones diferenciales

#### 2.1. Integración elemental de ecuaciones de primer orden

##### 2.1.1. Ecuaciones lineales

##### 2.1.2. Ecuaciones de variables separables

##### 2.1.3. Ecuaciones resolubles por cambio de variable

##### 2.1.4. Ecuaciones exactas. Factores integrantes

#### 2.2. Integración numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias (de primer orden)

##### 2.2.1. Método de Euler

##### 2.2.2. Métodos de Runge–Kutta

#### 2.3. Sistemas de ecuaciones lineales

##### 2.3.1. Sistemas homogéneos con coeficientes constantes

##### 2.3.2. Método de variación de las constantes

##### 2.3.3. Ecuaciones lineales de orden superior

2.4. Problemas de repaso de ecuaciones diferenciales ordinarias

### **3. Existencia y unicidad de solución**

3.1. Preliminares

3.2. Teoremas de Cauchy–Lipschitz

3.3. El teorema de existencia de Peano

3.4. El teorema de extensión

3.5. Continuidad con respecto a las condiciones iniciales

3.6. El teorema de Kneser

3.7. Ejemplo “patológico” de no unicidad

3.8. El ejemplo de Müller

3.9. El teorema de Kamke

3.10. Problemas

### **4. Estudio de la estabilidad. Algunos teoremas clásicos**

4.1. Comportamiento cualitativo de soluciones de sistemas lineales

4.1.1. Sistemas lineales homogéneos (coeficientes constantes)

4.1.2. Sistemas lineales homogéneos (coeficientes variables)

4.1.3. Sistemas lineales no homogéneos

4.1.4. Diagramas de fases de sistemas planos

4.2. Comportamiento cualitativo de soluciones de sistemas no lineales

4.3. El teorema de la variedad estable

4.4. El teorema de Hartman–Grobman

4.5. El teorema de Lyapunov

4.6. El teorema de Poincaré–Bendixson

4.7. Ecuación de Lorenz. Introducción al caos

4.8. Problemas

### **5. Modelo de Lotka–Volterra. Aplicaciones**

5.1. Modelo clásico

5.2. Variantes del modelo clásico

5.3. Problemas

### **6. Solucionario**

6.1. Soluciones a los problemas del capítulo 2

6.2. Soluciones a los problemas del capítulo 3

6.3. Soluciones a los problemas del capítulo 4

6.4. Soluciones a los problemas del capítulo 5

### **Índice de figuras**

### **Bibliografía**

### **Índice alfabético**

Ediciones Paraninfo S.A. Calle José Abascal, 56 (Utopicus). Oficina 217. 28003 Madrid (España)

Tel. (+34) 914 463 350 Fax

